工学基礎・数学ミニマム　テスト 1

次の空欄 ($\boxed{\text{番号}}$) に当てはまるものを各々の選択肢から選びなさい.

(1) $e^{\frac{1}{2}\log 9} = \boxed{\mathbf{1}}$, $\quad \lim_{x\to\infty}(1+x)^{\frac{1}{x}} = \boxed{\mathbf{2}}$

(選択肢) ⓪ 0 ① 1 ② 2 ③ 3 ④ ∞ ⑤ $-\infty$ ⑥ e ⑦ $\dfrac{1}{e}$ ⑧ -1
⑨ $\frac{1}{2}$

(2) 関数 $\sqrt{x}$ の x_0 の近くでの一次近似は $\sqrt{x} \fallingdotseq \boxed{\mathbf{3}} + \boxed{\mathbf{4}}(x - x_0)$ である. この式を利用して $\sqrt{99.98}$ の近似値を求めると, $\boxed{\mathbf{5}}$ となる.

(選択肢) ⓪ $\sqrt{x}$ ① $\sqrt{x_0}$ ② $\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$ ③ $\dfrac{1}{2\sqrt{x_0}}$ ④ $2\sqrt{x}$ ⑤ $2\sqrt{x_0}$
⑥ 9.989 ⑦ 9.997 ⑧ 9.899 ⑨ 9.999

(3) x の関数 $y = \arctan x$ を微分すると $y' = \boxed{\mathbf{6}}$ である. x と y の関数 $z = \arctan\dfrac{x}{y}$ を偏微分すると, $z_x = \boxed{\mathbf{7}}$, $z_y = \boxed{\mathbf{8}}$ である.

(選択肢) ⓪ $\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ ① $-\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ ② $\dfrac{1}{1+x^2}$ ③ $\dfrac{y}{\sqrt{y^2-x^2}}$
④ $-\dfrac{x}{\sqrt{y^2-x^2}}$ ⑤ $-\dfrac{y^2}{\sqrt{y^2-x^2}}$ ⑥ $\dfrac{y^2}{x^2+y^2}$ ⑦ $-\dfrac{x^2}{x^2+y^2}$ ⑧ $-\dfrac{x}{x^2+y^2}$
⑨ $\dfrac{y}{x^2+y^2}$

(4) 2 変数関数 $f(x,y) = x^y$ $(x > 0)$ に $x = t$, $y = \dfrac{1}{t}$ を代入して得られる関数 $f(t, \dfrac{1}{t})$ を t で微分すると, $\dfrac{d}{dt}f(t, \dfrac{1}{t}) = \boxed{\mathbf{9}} \times 1 + \boxed{\mathbf{10}} \times (-\dfrac{1}{t^2})$ である.

(選択肢) ⓪ y^x ① x^y ② yx^{y-1} ③ xy^{x-1} ④ $(\log x)x^y$ ⑤ $(\log y)x^y$
⑥ $\dfrac{\log x}{x^y}$ ⑦ $\dfrac{\log y}{x^y}$ ⑧ $\dfrac{x^y}{\log x}$ ⑨ $\dfrac{x^y}{\log y}$

(5) 三角関数の積を和に直す公式によって $\sin 6x \sin 2x = \frac{1}{2}(\boxed{\mathbf{11}} - \boxed{\mathbf{12}})$ であるので, $\int \sin 6x \sin 2x dx = \boxed{\mathbf{13}} - \boxed{\mathbf{14}} + C$ (C は積分定数) となる.

(選択肢) ⓪ $\sin 4x$ ① $\cos 8x$ ② $\sin 8x$ ③ $\cos 4x$ ④ $\frac{1}{8}\sin 8x$
⑤ $\frac{1}{8}\sin 4x$ ⑥ $\frac{1}{16}\sin 4x$ ⑦ $\frac{1}{16}\cos 8x$ ⑧ $\frac{1}{16}\sin 8x$ ⑨ $\frac{1}{8}\cos 4x$

(6) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx = \boxed{\mathbf{15}}$

(選択肢) ⓪ $\frac{\pi}{2}$ ① $1 + \frac{\pi}{3}$ ② 2 ③ 2π ④ $\frac{\pi}{2} - 1$ ⑤ -2

(7) 二重積分 $\iint_D xdxdy$ $(D = \{0 \leqq x \leqq 1, x^2 \leqq y \leqq \sqrt{x}\})$ を計算する. この二重積分を累次積分に書き換えると $\boxed{\mathbf{16}}$ となるので, この二重積分の値は $\boxed{\mathbf{17}}$ となる.

(選択肢) ⓪ $\int_0^1 \left(\int_{x^2}^{\sqrt{x}} xdy\right) dx$ ① $\int_0^1 \left(\int_{\sqrt{y}}^{y^2} xdx\right) dy$ ② $\int_0^1 \left(\int_{\sqrt{x}}^{x^2} xdy\right) dx$
③ 3 ④ $\frac{3}{15}$ ⑤ $\frac{3}{20}$ ⑥ 1 ⑦ $\frac{1}{2}$ ⑧ -1 ⑨ $\frac{1}{15}$

(8) $z = 1 - \sqrt{3}i$ とするとき, $z^2 = \boxed{\mathbf{18}}$ であり, $|z|^2 = \boxed{\mathbf{19}}$ である. また, z を極形式であらわすと $\boxed{\mathbf{20}}$ となり, z の平方根の一つは $\boxed{\mathbf{21}}$ である.

(選択肢) ⓪ $-2 - 2\sqrt{3}i$ ① $\frac{\sqrt{6}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$ ② $3 + \sqrt{3}i$ ③ 3 ④ 4 ⑤ 5
⑥ $\frac{\sqrt{6}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$ ⑦ $2\left(\cos\frac{5\pi}{3} + i\sin\frac{5\pi}{3}\right)$ ⑧ $3\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$
⑨ $2\left(\cos\frac{5\pi}{6} + i\sin\frac{5\pi}{6}\right)$

(9) 行列 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & -1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$ に対して, 積 BA の $(2, 1)$-成分は $\boxed{\mathbf{22}}$ となる.

(選択肢) ⓪ 0 ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5 ⑥ 6 ⑦ 7 ⑧ -1 ⑨ -2

(10) 行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 11 & 13 & 15 \\ 111 & 315 & 618 \end{vmatrix}$ を計算する．基本行変形により $(2,1)$-成分と $(3,1)$-成分を 0 とすると，この行列式は $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & \boxed{\mathbf{23}} & -18 \\ 0 & \boxed{\mathbf{24}} & 285 \end{vmatrix}$ と変形できるので，この行列式の値は $\boxed{\mathbf{25}}$ となる．

(選択肢) ⓪ -891　① -93　② -18　③ -9　④ 9　⑤ 18　⑥ 93
⑦ 338　⑧ 656　⑨ 891

(11) 実数を成分とする 3 次列ベクトル全体を $\boldsymbol{R}^{\mathbf{3}}$ で表す．$\boldsymbol{R}^{\mathbf{3}}$ における列ベクトルの組 S_1, S_2, S_3, S_4 を

$$S_1 : \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad S_2 : \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$S_3 : \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 8 \end{bmatrix}, \quad S_4 : \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

とする．このうち 1 次従属であるものは $\boxed{\mathbf{26}}$ である．また，$\boldsymbol{R}^{\mathbf{3}}$ の基底をなすものは $\boxed{\mathbf{27}}$ である．

(選択肢) ⓪ S_1　① S_3　② S_1 と S_2　③ S_1 と S_3　④ S_1 と S_4
⑤ S_2 と S_3　⑥ S_2 と S_4　⑦ S_3 と S_4　⑧ S_1 と S_2 と S_4　⑨ S_2 と S_3 と S_4