

工学基礎・数学ミニマム テスト 10

次の空欄 (番号) に当てはまるものを各々の選択肢から選びなさい。

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x \sin x} - \frac{1}{x^2} \right) = \boxed{1}$. $f(x) = \arcsin \frac{2-x}{x-1}$ としたとき, $f'(2) = \boxed{2}$.

- (選択肢) ① 0 ② 1 ③ -1 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{1}{2}$ ⑥ $\frac{1}{3}$ ⑦ $-\frac{1}{3}$ ⑧ $-\frac{1}{6}$ ⑨ $+\infty$

(2) 関数 $y = x^x$ の極値を調べる. $y' = 0$ となる x は $\boxed{3}$ で, $x = \boxed{3}$ のとき, この関数は $\boxed{4}$.

- (選択肢) ① 0 ② 1 ③ e ④ $\frac{1}{e}$ ⑤ e^2 ⑥ e^e
⑦ 極大値をとる ⑧ 極小値をとる ⑨ 極値をとらない

(3) x が 0 に近いとき, $\log(1+x)$ の 2 次近似式は $\boxed{5}$ であることを使うと, $\log 1.1$ の近似値は $\boxed{6}$ となる. ただし, 対数は自然対数とする.

- (選択肢) ① x ② $\frac{1}{2}x^2$ ③ $x + \frac{1}{2}x^2$ ④ $x - \frac{1}{2}x^2$ ⑤ $1 + x + \frac{1}{2}x^2$
⑥ 0.1 ⑦ 0.005 ⑧ 0.105 ⑨ 0.095 ⑩ 1.105

(4) 2 変数関数 $z = f(x, y)$ に $x = 2s + 3t$, $y = -3s - 2t$ を代入して得られる合成関数 $z = z(s, t)$ について, $z_s = f_x \times \boxed{7} + f_y \times \boxed{8}$ である.

- (選択肢) ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4 ⑥ -1 ⑦ -2 ⑧ -3 ⑨ -4
⑩ -5

(5) $\int_0^{\infty} x e^{-2x} dx = \boxed{9}$, $\int_0^{\infty} x e^{-2x^2} dx = \boxed{10}$

- (選択肢) ① 0 ② 1 ③ 2 ④ -1 ⑤ -2 ⑥ $\frac{1}{2}$ ⑦ $\frac{1}{4}$ ⑧ $-\frac{1}{2}$
⑨ $-\frac{1}{4}$ ⑩ ∞

(6) 二重積分 $\iint_D x dx dy$ ($D = \{x^2 \leq y \leq x\}$) を計算する. この二重積分を累次積分に書き換えると **11** となるので, この二重積分の値は **12** となる.

(選択肢) ① $\int_0^1 \left(\int_{x^2}^x x dy \right) dx$ ② $\int_0^1 \left(\int_{\sqrt{y}}^y x dx \right) dy$ ③ $\int_0^1 \left(\int_x^{x^2} x dy \right) dx$
 ④ $\int_0^1 \left(\int_{y^2}^y x dx \right) dy$ ⑤ $-\frac{1}{15}$ ⑥ $\frac{1}{15}$ ⑦ $-\frac{1}{10}$ ⑧ $\frac{1}{10}$ ⑨ $-\frac{1}{12}$ ⑩ $\frac{1}{12}$

(7) $z = 1 + i$ とするとき, $|z^2| =$ **13** であり, $\arg z^2 =$ **14** である. また, オイラーの公式で z^2 を表すと **15** となる. ただし, i は虚数単位, $|z^2|$ は z^2 の絶対値, $\arg z^2$ は z^2 の偏角とする.

(選択肢) ① 0 ② 1 ③ 2 ④ $\frac{\pi}{4}$ ⑤ $\frac{\pi}{2}$ ⑥ $e^{\frac{\pi}{4}i}$ ⑦ $e^{\frac{\pi}{2}i}$ ⑧ $2e^{\frac{\pi}{4}i}$
 ⑨ $2e^{\frac{\pi}{2}i}$ ⑩ $2e^{\pi i}$

(8) 座標平面上で, 原点を中心とし, 回転角が θ である反時計回りの回転移動を表す行列の逆行列は **16** となる.

(選択肢) ① $\begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$ ② $\begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ -\sin \theta & -\cos \theta \end{bmatrix}$ ③ $\begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & -\cos \theta \end{bmatrix}$
 ④ $\begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$ ⑤ $\begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$
 ⑥ $\begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & -\cos \theta \end{bmatrix}$ ⑦ $\begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$ ⑧ $\begin{bmatrix} -\cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & -\cos \theta \end{bmatrix}$
 ⑨ $\begin{bmatrix} -\cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$

(9) $a \neq b$ のとき, 行列 $A = \begin{bmatrix} a & b & b \\ b & a & b \\ b & b & a \end{bmatrix}$ に対して, その行列式 $|A|$ の値が 0 にならないための必要十分条件は **17** であり, そのときの A の逆行列の $(2, 1)$ 成分は $\frac{1}{|A|} \times$ **18** となる.

(選択肢) ① $a \neq -b$ ② $a \neq -2b$ ③ $a \neq 2b$ ④ a^2 ⑤ b^2 ⑥ $a^2 - ab$
 ⑦ $ab - a^2$ ⑧ $b^2 - a^2$ ⑨ $ab - b^2$ ⑩ $b^2 - ab$

(10) 行列 $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ の固有値を計算する. I を単位行列とすると, 固有方程式 $|\lambda I - A| = 0$ を解くと, A の固有値は 5 と **19** であり, 5 に対する固有ベクトルは **20** の定数倍で表される.

- (選択肢 ① 0 ② 1 ③ 2 ④ -2 ⑤ -1 ⑥ $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ ⑦ $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$
⑧ $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ ⑨ $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ ⑩ $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$)