

工学基礎・数学ミニマム テスト 2

次の空欄 (番号) に当てはまるものを各々の選択肢から選びなさい。

(1) $e^{\frac{1}{2} \log 4} = \boxed{1}$, $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = \boxed{2}$

- (選択肢) ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ ∞ ⑥ $-\infty$ ⑦ e ⑧ $\frac{1}{e}$ ⑨ $-\frac{1}{2}$

(2) 関数 $y = 2 \sin x - \sin 2x$ ($0 < x < 2\pi$) の極値を調べる. $y' = 0$ となる x は $\boxed{3}$ と $\boxed{4}$ (ただし, $\boxed{3} < \boxed{4}$) である. $x = \boxed{3}$ のとき, この関数は $\boxed{5}$, $x = \boxed{4}$ のとき, この関数は $\boxed{6}$.

- (選択肢) ① $\frac{\pi}{6}$ ② $\frac{\pi}{3}$ ③ $\frac{\pi}{2}$ ④ $\frac{2\pi}{3}$ ⑤ $\frac{4\pi}{3}$ ⑥ $\frac{5\pi}{6}$ ⑦ π
 ⑦ 極大値をとる ⑧ 極小値をとる ⑨ 極値をとらない

(3) 関数 $\frac{1}{1-x}$ のマクローリン展開を利用して関数 $\frac{1}{1+x^2}$ のマクローリン展開を考えると, x^{2n} の係数は $\boxed{7}$, x^{2n+1} の係数は $\boxed{8}$ となる. ただし, n は 0 以上の整数とする.

- (選択肢) ① 0 ② 1 ③ 2 ④ -1 ⑤ -2 ⑥ $(-2)^n$ ⑦ $n!(-1)^n$
 ⑧ $(-1)^n$ ⑨ $n!2^n$ ⑩ $-n!2^n$

(4) 曲面 $z = x^2 + y^2$ 上の点 $(1, 1, 2)$ において, z が最も増加する方向 (曲面の傾斜が最大の方向) を向いた平面ベクトルは $\boxed{9}$, その方向への方向微分は $\boxed{10}$ である.

- (選択肢) ① $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$ ② $\begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix}$ ③ $\begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$ ④ $\begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix}$ ⑤ $\sqrt{2}$ ⑥ $\frac{1}{\sqrt{2}}$
 ⑦ $2\sqrt{2}$ ⑧ $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ ⑨ $-\frac{1}{2\sqrt{2}}$ ⑩ $\frac{1}{2\sqrt{2}}$

(5) $\frac{2}{x(x-1)(x-2)}$ を部分分数分解すると, $\frac{1}{x} + \frac{\boxed{11}}{x-1} + \frac{\boxed{12}}{x-2}$ となるので,
 $\int \frac{2}{x(x-1)(x-2)} dx = \boxed{13} + C$ (C は積分定数) となる.

(選択肢) ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ -1 ⑥ -2 ⑦ -3 ⑧ $\log \frac{|x(x-1)|}{(x-2)^2}$
 ⑨ $\log \frac{|x(x-2)|}{(x-1)^2}$ ⑩ $\log |x(x-1)^2(x-2)^3|$

(6) $\int_0^1 \frac{e^x}{e^x+1} dx = \boxed{14}$

(選択肢) ① e ② 1 ③ $\log \frac{e+1}{2}$ ④ $2 \log(e+1)$ ⑤ $\log 2e$

(7) $x = 2 \cos t, y = \sin t$ ($0 \leq t \leq 2\pi$) で表される曲線は $\boxed{15}$ である. この曲線で囲まれる部分の面積を求めると $\boxed{16}$ となる.

(選択肢) ① 円 ② サイクロイド ③ 双曲線 ④ 楕円 ⑤ 2
 ⑥ -3π ⑦ 3π ⑧ $\frac{\pi}{2}$ ⑨ $\frac{\pi}{3}$

(8) $z = 1 + \sqrt{3}i$ とするとき, $z^2 = \boxed{17}$ であり, $|z|^2 = \boxed{18}$ である. また, z を極形式で表すと $\boxed{19}$ となり, z の平方根の一つは $\boxed{20}$ である.

(選択肢) ① $2 + 2\sqrt{3}i$ ② 1 ③ $-\frac{\sqrt{6}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$ ④ 3 ⑤ $-\frac{\sqrt{6}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$
 ⑥ $-2 + 2\sqrt{3}i$ ⑦ $2 \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)$ ⑧ $3 \left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right)$
 ⑨ $2 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$

(9) 行列 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & -1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$ に対して, 積 AB の (1,2) 成分は $\boxed{21}$ となる.

(選択肢) ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4 ⑥ 5 ⑦ 6 ⑧ 7 ⑨ -1 ⑩ -2

(10) 行列 A を $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ とする. A の逆行列 A^{-1} の (3,1) 成分は $\boxed{22}$,

(3,3) 成分は $\boxed{23}$ となる. また, 連立方程式 $A \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ を解いて z を計算すると, $z = \boxed{24}$ となる.

(選択肢) ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ -1 ⑥ $\frac{1}{3}$ ⑦ $\frac{1}{2}$ ⑧ $-\frac{1}{3}$ ⑨ $-\frac{1}{2}$

(11) 行列 $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 3 & 1 & 3 \\ -3 & -3 & -5 \end{bmatrix}$ の固有値を計算する. I を単位行列とすると, 固有方程式 $|\lambda I - A| = 0$ を解くと, $\lambda = \boxed{25}, \boxed{26}$ (重解) となる.

(選択肢) ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4 ⑥ 5 ⑦ -1 ⑧ -2 ⑨ -3