工学基礎・物理ミニマム試験問題　　　03.08.07 水戸

正解は各問の選択肢の中から１つだけ選び，その番号をマークシートにマークすること。正解が数値の場合には，選択肢の中から最も近い値を選ぶこと。学生番号，氏名を指定された方法でマークシートの所定の欄に記入すること。

問１　(力)＝(質量)×(加速度)の関係がある。力のＭＫＳ単位はニュートン（N）である。ニュートンを基本単位（kg，m，s）で表せ

① N= kg^{-1} m^{-1} s^{-1}　② N= kg^{-1} m^{-1} s^{-2}　③ N= kg^{-1} m s^{-1}　④ N= kg^{-1} m s^{-2}

⑤ N= kg m^{-1} s^{-1}　⑥ N= kg m^{-1} s^{-2}　⑦ N= kg m s^{-1}　⑧ N= kg m s^{-2}

問２　3 次元空間中の位置ベクトル $\boldsymbol{r}$ が時間 t の関数として，

$$\boldsymbol{r}(t) = \cos\omega t\ \boldsymbol{i} + \sin\omega t\ \boldsymbol{j} + t\ \boldsymbol{k}$$

と表されるとき，速度ベクトル $\boldsymbol{v}(t)$ を求めよ。ただし，$\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}$ は，それぞれ x 軸，y 軸，z 軸方向の単位ベクトルである。ω は定数である。

① $\boldsymbol{v}(t) = \omega\sin\omega t\ \boldsymbol{i} + \omega\cos\omega t\ \boldsymbol{j} + t\ \boldsymbol{k}$　② $\boldsymbol{v}(t) = \omega\sin\omega t\ \boldsymbol{i} + \omega\cos\omega t\ \boldsymbol{j} + \boldsymbol{k}$

③ $\boldsymbol{v}(t) = -\omega\sin\omega t\ \boldsymbol{i} + \omega\cos\omega t\ \boldsymbol{j} + t\ \boldsymbol{k}$　④ $\boldsymbol{v}(t) = -\omega\sin\omega t\ \boldsymbol{i} + \omega\cos\omega t\ \boldsymbol{j} + \boldsymbol{k}$

⑤ $\boldsymbol{v}(t) = \omega\cos\omega t\ \boldsymbol{i} + \omega\sin\omega t\ \boldsymbol{j} + t\ \boldsymbol{k}$　⑥ $\boldsymbol{v}(t) = \omega\cos\omega t\ \boldsymbol{i} + \omega\sin\omega t\ \boldsymbol{j} + \boldsymbol{k}$

⑦ $\boldsymbol{v}(t) = -\omega\cos\omega t\ \boldsymbol{i} - \omega\sin\omega t\ \boldsymbol{j} + t\ \boldsymbol{k}$　⑧ $\boldsymbol{v}(t) = -\omega\cos\omega t\ \boldsymbol{i} - \omega\sin\omega t\ \boldsymbol{j} + \boldsymbol{k}$

問３　質量 m の質点が x-y 平面中を運動している。その位置ベクトル $\boldsymbol{r}$ は，時間 t の関数として，$\boldsymbol{r}(t) = \sin 2t\ \boldsymbol{i} + 3e^{-t}\ \boldsymbol{j}$ と与えられている。この質点に作用している力 $\boldsymbol{F}(t)$ を求めよ。ただし，$\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}$ は，それぞれ x 軸，y 軸方向の単位ベクトルである。

① $\boldsymbol{F}(t) = m\cos 2t\ \boldsymbol{i} + 3me^{-t}\ \boldsymbol{j}$　② $\boldsymbol{F}(t) = -m\cos 2t\ \boldsymbol{i} - 3me^{-t}\ \boldsymbol{j}$

③ $\boldsymbol{F}(t) = 4m\cos 2t\ \boldsymbol{i} + 3me^{-t}\ \boldsymbol{j}$　④ $\boldsymbol{F}(t) = -4m\cos 2t\ \boldsymbol{i} + 3me^{-t}\ \boldsymbol{j}$

⑤ $\boldsymbol{F}(t) = m\sin 2t\ \boldsymbol{i} + 3me^{-t}\ \boldsymbol{j}$　⑥ $\boldsymbol{F}(t) = -m\sin 2t\ \boldsymbol{i} - 3me^{-t}\ \boldsymbol{j}$

⑦ $\boldsymbol{F}(t) = 4m\sin 2t\ \boldsymbol{i} + 3me^{-t}\ \boldsymbol{j}$　⑧ $\boldsymbol{F}(t) = -4m\sin 2t\ \boldsymbol{i} + 3me^{-t}\ \boldsymbol{j}$

問４　質量 m の質点が２次元空間中を運動している。質点には重力 $\boldsymbol{F} = -mg\ \boldsymbol{j}$ が作用している。時刻 $t = 0$ で質点は $\boldsymbol{r} = 3\ \boldsymbol{i} + 2\ \boldsymbol{j}$ にあり，その速度は $\boldsymbol{v} = 5\ \boldsymbol{i} + 8\ \boldsymbol{j}$ であった。ただし，$\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}$ は，それぞれ x 軸，y 軸方向の単位ベクトルである。また，g は重力加速度定数である。運動方程式を解き，位置ベクトル $\boldsymbol{r}$ を時間 t の関数として求めよ。

① $\boldsymbol{r}(t) = (5t+3)\boldsymbol{i} + (gt^2/2 + 8t + 2)\boldsymbol{j}$　② $\boldsymbol{r}(t) = (5t+3)\ \boldsymbol{i} + (-gt^2/2 + 8t + 2)\boldsymbol{j}$

③ $\boldsymbol{r}(t) = 3\ \boldsymbol{i} + (gt^2/2 + 8t + 2\ )\boldsymbol{j}$　④ $\boldsymbol{r}(t) = 3\ \boldsymbol{i} + (-gt^2/2 + 8t + 2\ )\boldsymbol{j}$

⑤ $\boldsymbol{r}(t) = (5t+3)\ \boldsymbol{i} + (gt^2 + 8t + 2\ )\boldsymbol{j}$　⑥ $\boldsymbol{r}(t) = (5t+3)\boldsymbol{i} + (-gt^2 + 8t + 2\ )\boldsymbol{j}$

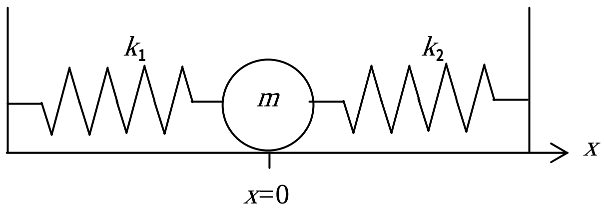
⑦ $\boldsymbol{r}(t) = 3\ \boldsymbol{i} + (gt^2 + 8t + 2)\boldsymbol{j}$　⑧ $\boldsymbol{r}(t) = 3\ \boldsymbol{i} + (-gt^2 + 8t + 2\ )\boldsymbol{j}$

問５　質量 m の質点が２次元空間中を運動している。質点には重力 $\boldsymbol{F}=-mg\,\boldsymbol{j}$ が作用している。ただし，$\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}$ は，それぞれ x 軸，y 軸方向の単位ベクトルである。また，g は重力加速度定数である。重力による位置エネルギー，すなわち，重力場のポテンシャル関数 $U(x,y)$ を求めよ。ただし，座標原点を位置エネルギーの基準点にとる。すなわち，$U(0,0)=0$ である。

① $U=mg\,x$　② $U=mg\,y$　③ $U=mg\sqrt{xy}$　④ $U=mg\,(x+y)$

⑤ $U=-mg\,x$　⑥ $U=-mg\,y$　⑦ $U=-mg\sqrt{xy}$　⑧ $U=-mg\,(x+y)$

問６　図のように，質量 m [kg]の小物体がフックの法則に従う２本のバネでつながっている。バネ定数はそれぞれ k_1, k_2 [N/m]である。この物体を平衡位置 $x=0$ から a [m]ずらしたとき，この物体に働く力は $\boxed{\text{A}}$ [N]であるから，この物体がバネ定数 $\boxed{\text{B}}$ [N/m]の１本のバネにつながっている状態と力学的に同等である。したがって，この物体は単振動を行い，その振動数は $\boxed{\text{C}}$ [/s]となる。



① A：$-(k_1+k_2)a$　B：k_1+k_2　C：$\dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{k_1+k_2}{m}}$

② A：$(k_1-k_2)a$　B：k_1-k_2　C：$\dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{k_1-k_2}{m}}$

③ A：$(-k_1+k_2)a$　B：$-k_1+k_2$　C：$\dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{-k_1+k_2}{m}}$

④ A：$(k_1 k_2)a$　B：$k_1 k_2$　C：$\dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{k_1k_2}{m}}$

⑤ A：$(k_1/k_2)a$　B：k_1/k_2　C：$2\pi\sqrt{\dfrac{k_1}{k_2m}}$

⑥ A：$(k_2/k_1)a$　B：k_2/k_1　C：$2\pi\sqrt{\dfrac{k_2}{k_1m}}$

⑦ A：$(k_1+k_2)a$　B：k_1+k_2　C：$2\pi\sqrt{\dfrac{k_1+k_2}{m}}$

⑧ A：$(k_1-k_2)a$　B：k_1-k_2　C：$2\pi\sqrt{\dfrac{k_1-k_2}{m}}$

問 7　屈折率 n_1 の媒質中を波長 λ_1 の波が伝播している。この波が屈折率 n_2 の媒質中に入ったときの波の波長を求めよ。

① $\dfrac{\lambda_1 n_1}{n_2}$　② $\dfrac{\lambda_1 n_2}{n_1}$　③ $\dfrac{\lambda_1 n_1{}^2}{n_2{}^2}$　④ $\dfrac{\lambda_1 n_2{}^2}{n_1{}^2}$

⑤ $\dfrac{\lambda_1\sqrt{n_1}}{\sqrt{n_2}}$　⑥ $\dfrac{\lambda_1\sqrt{n_2}}{\sqrt{n_1}}$　⑦ $\lambda_1 \sin\left(\dfrac{n_1}{n_2}\right)$　⑧ $\lambda_1 \cos\left(\dfrac{n_1}{n_2}\right)$

問 8　温度 T[K]における 2 モルの単原子理想気体の，平均の運動エネルギーとして正しい表式は以下のうちどれか。ただし気体定数を R [J/(mol・K)]とする。

① $2T$　② RT　③ $2RT$　④ $3RT$　⑤ $5RT$

問 9　2 モルの理想気体が等温変化により膨張した。気体の温度は 500[K]とし，体積は最初 2 [m^3]で，最後に 6 [m^3]になったとする。また，この過程は準静的過程である。この気体が外部にした仕事として正しいものを以下のものから選べ。ただし必要ならば気体定数を 8.31[J/(mol・K)]，3 の自然対数を 1.10，自然対数の底 e を 2.72 として計算せよ。

① 9.13×10^3[J]　② 2.63×10^4[J]　③ 5.27×10^4[J]　④ 9.75×10^4[J]　⑤ 1.06×10^5[J]

問 10　高温熱源 527[℃]，低温熱源 27[℃]を用いて運転されるカルノーサイクルの効率は以下のうちどれか。ただし 0[℃]=273[K]とする。

① 0　② 0.625　③ 0.950　④ 1.00　⑤ 19.5

問 11　0 [℃]の氷が 50[g]ある。これを熱して溶かし，0 [℃]の水にした。氷の融解熱を 80[cal/g]として，この過程のエントロピーの変化として正しいものは以下のうちどれか。熱の仕事当量を 4.2[J/cal]とする。

① 62[J/K]　② 80[J/K]　③ 420[J/K]　④ 1200[J/K]　⑤ 3600[J/K]

問 12　質量 7×10^{-26}[kg]，温度 300[K]の理想気体原子において，x 方向の速度が 300[m/s]をとる確率の，600[m/s]をとる確率に対する比として正しいのは以下のうちどれか。e を自然対数の底とし，ボルツマン定数を 1.4×10^{-23} [J/K]として計算せよ。

① $e^{0.067}$　② $e^{0.60}$　③ $e^{1.3}$　④ $e^{2.3}$　(5) e^{15}

問 13　真空中で直交座標の点 $(0,0,-2)$ に電気量 $-q$[C]の電荷が，点 $(0,3,0)$ に $+2q$[C]の電荷がおかれている。原点における電位（静電ポテンシャル）ϕ[V]はいくらか。ただし，真空の誘電率は ε_0[F/m]とし，電位の基準点は $(\infty,0,0)$ とする。座標の数値の単位はメートル（m）である。

① $-\dfrac{q}{12\pi\varepsilon_0}$　② $-\dfrac{q}{24\pi\varepsilon_0}$　③ $-\dfrac{q}{48\pi\varepsilon_0}$

④ $\dfrac{q}{48\pi\varepsilon_0}$　⑤ $\dfrac{q}{24\pi\varepsilon_0}$　⑥ $\dfrac{q}{12\pi\varepsilon_0}$

問 14　真空中を定常な電流が流れており，その電流密度は $\boldsymbol{i}$ [A/m^2] であるとする。（$\boldsymbol{i}$ は場所の関数である）この電流によって生じている磁束密度を $\boldsymbol{B}$[Wb/m^2] とすると，$\boldsymbol{i}$ と $\boldsymbol{B}$ との間にはどのような関係があるか。ただし，真空の透磁率は μ_0[H/m]，$\int$ 記号における下端の添え字 S は面積分，C はその面のふちを経路とする線積分を表す。

① $\int_S \boldsymbol{B}\cdot d\boldsymbol{S} = \mu_0 \int_C \boldsymbol{i}\cdot d\boldsymbol{s}$　② $\int_S \boldsymbol{B}\cdot d\boldsymbol{S} = \mu_0 \int_S \boldsymbol{i}\cdot d\boldsymbol{S}$　③ $\int_C \boldsymbol{B}\cdot d\boldsymbol{s} = \mu_0 \int_S \boldsymbol{i}\cdot d\boldsymbol{S}$

④ $\int_S \boldsymbol{B}\cdot d\boldsymbol{S} = \dfrac{1}{\mu_0} \int_C \boldsymbol{i}\cdot d\boldsymbol{s}$　⑤ $\int_S \boldsymbol{B}\cdot d\boldsymbol{S} = \dfrac{1}{\mu_0} \int_S \boldsymbol{i}\cdot d\boldsymbol{S}$　⑥ $\int_C \boldsymbol{B}\cdot d\boldsymbol{s} = \dfrac{1}{\mu_0} \int_S \boldsymbol{i}\cdot d\boldsymbol{S}$

問 15　真空中に置かれた，形状が同じで面積 S[m^2] の２枚の導体平板が，間隔 d[m] の平行平板コンデンサーを形成している。この２枚の平板間の電界が $E(t) = E_0 \sin(2\pi\nu t)$[V/m] となるような電圧を印加した。平板間を流れる変位電流を求めよ。ただし，真空の誘電率は ε_0[F/m] とする。ν は定数である。

① $2\pi\,\varepsilon_0\,E_0 \cos(2\pi\nu t)$　② $2\pi\,\varepsilon_0\,S\,E_0 \cos(2\pi\nu t)$　③ $4\pi\,\varepsilon_0 \dfrac{S}{d} E_0 \cos(2\pi\nu t)$

④ $2\pi\nu\,S\varepsilon_0 E_0 \cos(2\pi\nu t)$　⑤ $2\pi\nu\,\varepsilon_0 \dfrac{S}{d} E_0 \cos(2\pi\nu t)$　⑥ $4\pi\nu\,\varepsilon_0 \dfrac{S}{d} E_0 \cos(2\pi\nu t)$

問 16　マックスウェル方程式のうち，ファラデーの電磁誘導の法則に対応するものはつぎのうちどれか。ただし，ρ[C/m^3] は電荷密度，ε_0[F/m] は真空の誘電率，μ_0[H/m] は真空の透磁率，$\boldsymbol{E}$[V/m] は電界，$\boldsymbol{B}$[Wb/m^2] は磁界，$\boldsymbol{i}$ [A/m^2] は電流密度を表す。

① $\mathrm{div}(\varepsilon_0 \boldsymbol{E}) = \rho$　② $\mathrm{div}\boldsymbol{B} = 0$　③ $\mathrm{rot}\boldsymbol{E} = -\dfrac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}$　④ $\mathrm{rot}\boldsymbol{B} = \varepsilon_0\,\mu_0 \dfrac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} + \mu_0 \boldsymbol{i}$

問 17　真空中を z 軸，正の方向に伝搬する電磁波が存在する（電磁波の強度平均は空間内で一様であるとする）。$\boldsymbol{i}$，$\boldsymbol{j}$，$\boldsymbol{k}$ をそれぞれ x, y, z 方向の単位ベクトル，λ[m] を波長，ν[Hz] を周波数，t[s] を時間，E_0[V/m] を振幅として，座標 (x, y, z) における電磁波の電界成分が $\boldsymbol{E} = E_0 \sin(\dfrac{2\pi}{\lambda} z - 2\pi\nu t)\boldsymbol{i}$ と表せるとき，座標 (x, y, z) における磁束密度 $\boldsymbol{B}$[Wb/m^2] はどのように表せるか。ただし，磁束密度の振幅を B_0[Wb/m^2] とする。

① $\boldsymbol{B} = B_0 \sin(\dfrac{2\pi}{\lambda} x - 2\pi\nu t)\boldsymbol{k}$　② $\boldsymbol{B} = B_0 \cos(\dfrac{2\pi}{\lambda} x - 2\pi\nu t)\boldsymbol{k}$

③ $\boldsymbol{B} = B_0 \sin(\dfrac{2\pi}{\lambda} y - 2\pi\nu t)\boldsymbol{i}$　④ $\boldsymbol{B} = B_0 \cos(\dfrac{2\pi}{\lambda} y - 2\pi\nu t)\boldsymbol{i}$

⑤ $\boldsymbol{B} = B_0 \sin(\dfrac{2\pi}{\lambda} z - 2\pi\nu t)\boldsymbol{j}$　⑥ $\boldsymbol{B} = B_0 \cos(\dfrac{2\pi}{\lambda} z - 2\pi\nu t)\boldsymbol{j}$

問 18　観測者が自身に対して光速の 1/3 の速度で運動している物体の全エネルギーを測定した。この測定値は，物体が観測者に対して静止している場合の何倍になっているか。

①$\dfrac{2}{\sqrt{3}}$　　②$\dfrac{3}{\sqrt{2}}$　　③$\dfrac{3}{2\sqrt{2}}$　　④$\sqrt{3}$　　⑤2　　⑥3

問 19　金属に光を照射したところ，光電効果によって電子が飛び出した。h[Js] をプランク定数，ν[Hz] を照射光の振動数，W[J] を金属の仕事関数，U[J] を飛び出した電子のエネルギーとしたとき，正しい関係を示しているものはどれか。

①　$U = W - h\nu$　　②　$U = h\nu - W$　　③　$U = h\nu + W$

④　$U^2 = W^2 - (h\nu)^2$　　⑤　$U^2 = (h\nu)^2 - W^2$　　⑥　$U^2 = (h\nu)^2 + W^2$

問 20　電子の運動エネルギーを 2 倍にすると，その物質波（ド・ブロイ波）の波長は何倍になるか。ただし，電子の速度は光速に比べ充分小さいとする。

①　$\dfrac{1}{4}$　　②　$\dfrac{1}{2}$　　③　$\dfrac{1}{\sqrt{2}}$　　④　$\sqrt{2}$　　⑤　2　　⑥　4