工学基礎ミニマム物理試験問題　　04.08.05　日立・水戸

正解は各問の選択肢の中から１つだけ選び，その番号をマークシートにマークせよ。この際，ＨＢまたはＢの鉛筆を使うこと。（細いシャープペン，ボールペンは不可。）正解が数値の場合には，選択肢の中から最も近い値を選ぶこと。学生番号，氏名を指定された方法でマークシートの所定の欄に記入せよ。

問１　運動エネルギーの次元（ディメンション）を求めよ。ここで，距離をＬ，質量をM，時間をＴで表す。

① $M^1L^0T^{-2}$　② $M^1L^0T^{-1}$　③ $M^1L^1T^{-2}$　④ $M^1L^1T^{-1}$

⑤ $M^1L^2T^{-1}$　⑥ $M^1L^2T^{-2}$　⑦ $M^2L^2T^{-2}$　⑧ $M^2L^2T^{-1}$

問２　3 次元空間中を質量 m の質点が運動している。その位置ベクトル $\boldsymbol{r}$ が時間 t の関数として，

$$\boldsymbol{r}(t) = \sin\omega t\ \boldsymbol{i} + \cos\omega t\ \boldsymbol{j} + t\ \boldsymbol{k}$$

と表されるとき，運動量ベクトル $\boldsymbol{p}(t) = m\boldsymbol{v}$ の x成分を求めよ。ただし， $\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{j}$, $\boldsymbol{k}$ は，それぞれ x 軸，y 軸，z 軸方向の単位ベクトル， $\boldsymbol{v}$ は速度， ω は定数である。

① $m\omega(\sin\omega t + \cos\omega t)$　② $m\omega(\sin\omega t - \cos\omega t)$

③ $m\omega(\sin\omega t + t\cos\omega t)$　④ $m\omega(\sin\omega t - t\cos\omega t)$

⑤ $m(\cos\omega t + \omega t\sin\omega t)$　⑥ $m(\cos\omega t - \omega t\sin\omega t)$

⑦ $m\omega\cos\omega t$　⑧ $-m\omega\cos\omega t$

問３　質量 m の質点が 3 次元空間中を運動している。その位置ベクトル $\boldsymbol{r}$ は，時間 t の関数として，
$\boldsymbol{r}(t) = \cos\omega t\ \boldsymbol{i} + \sin\omega t\ \boldsymbol{j} + \omega t\ \boldsymbol{k}$ と表される。この質点の運動エネルギー $E(t)$ を求めよ。ただし， $\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{j}$, $\boldsymbol{k}$ は，それぞれ x 軸，y 軸，z 軸方向の単位ベクトル， ω は定数である。

① $m(\cos\omega t\ \boldsymbol{i} + \sin\omega\ \boldsymbol{j} + \omega\boldsymbol{k})/2$　② $m(\cos\omega t\ \boldsymbol{i} - \sin\omega\ \boldsymbol{j} + \omega\boldsymbol{k})/2$

③ $m(\sin\omega t\ \boldsymbol{i} + \cos\omega\ \boldsymbol{j} + \omega\boldsymbol{k})/2$　④ $m(\sin\omega t\ \boldsymbol{i} - \cos\omega\ \boldsymbol{j} + \omega\boldsymbol{k})/2$

⑤ $m(\sin\omega t + \cos\omega + \omega)/2$　⑥ $m(\sin\omega t - \cos\omega + \omega)/2$

⑦ $m\omega/2$　⑧ $m\omega^2$

問４　質量 m の質点が直線上を運動している。質点の運動方向を x 軸の正の向きとする。質点には速度の大きさの２乗に比例する抵抗力 $\boldsymbol{F} = -kv^2\boldsymbol{i}$ が作用している。ここで， $\boldsymbol{i}$ は x 軸方向の単位ベクトル，k は正の定数である。時刻 $t=0$ で質点は座標の原点にあり，その速度は $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{i}$ であった。運動方程式を解き，速度ベクトル $\boldsymbol{v}$ を時間 t の関数として求めよ。

① $\boldsymbol{v}(t) = \dfrac{1}{kt/m-1}\boldsymbol{i}$　② $\boldsymbol{v}(t) = \dfrac{1}{kt/m+1}\boldsymbol{i}$　③ $\boldsymbol{v}(t) = \dfrac{-1}{kt/m+1}\boldsymbol{i}$　④ $\boldsymbol{v}(t) = \dfrac{-1}{kt/m-1}\boldsymbol{i}$

⑤ $\boldsymbol{v}(t) = \dfrac{kt}{m}e^{-\frac{kt}{m}}\boldsymbol{i}$　⑥ $\boldsymbol{v}(t) = -\dfrac{kt}{m}e^{-\frac{kt}{m}}\boldsymbol{i}$　⑦ $\boldsymbol{v}(t) = \dfrac{k}{m}e^{-\frac{kt}{m}}\boldsymbol{i}$　⑧ $\boldsymbol{v}(t) = -\dfrac{k}{m}e^{-\frac{kt}{m}}\boldsymbol{i}$

問５　質量 m の質点が３次元空間中を運動している。質点には保存力 $\boldsymbol{F}$ が作用しており，その力のポテンシャルが $\phi(x,y,z)=cxyz$ と表される。この質点が $\boldsymbol{r}_1=x_1\boldsymbol{i}+y_1\boldsymbol{j}+z_1\boldsymbol{k}$ から $\boldsymbol{r}_2=x_2\boldsymbol{i}+y_2\boldsymbol{j}+z_2\boldsymbol{k}$ まで移動した。このときの位置エネルギーの変化を求めよ。ただし，$\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{j}$, $\boldsymbol{k}$ は，それぞれ x 軸，y 軸，z 軸方向の単位ベクトルである。c は定数である。

① $-c(x_1y_1z_1-x_2y_2z_2)$　② $c(x_1y_1z_1+x_2y_2z_2)$　③ $c(x_1y_1z_1+x_2y_2z_2)/2$
④ $-c(x_1y_1z_1-x_2y_2z_2)/2$　⑤ $mc(x_1y_1z_1+x_2y_2z_2)$　⑥ $-mc(x_1y_1z_1-x_2y_2z_2)$
⑦ $-mc(x_1y_1z_1-x_2y_2z_2)/2$　⑧ $mc(x_1y_1z_1+x_2y_2z_2)/2$

問６　１次元波動方程式 $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2}=A\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ に従う波がある。ただし，A は正の定数である。この波の振幅は 5[m]，波長は 3[m]，周波数（振動数）は 50[Hz]であることが知られた。A の値はいくらか。

① 22500[$\mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2$]　② 1500[$\mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2$]　③ 200[$\mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2$]　④ 150[$\mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2$]
⑤ 1/22500[$\mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2$]　⑥ 1/1500[$\mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2$]　⑦ 1/200[$\mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2$]　⑧ 1/150[$\mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2$]

問７　絶対屈折率（真空に対する屈折率）n_1 の媒質１と絶対屈折率 n_2 の媒質２が接している。その界面は平面である。媒質１から媒質２へ光波が伝播している。この界面での媒質１に対する媒質２の相対屈折率を n_{12} とする。媒質１中で光速を c_1，媒質２中で光速を c_2 とする。以下の関係のうち正しいものはどれか。

① $n_{12}=\dfrac{n_1}{n_2}$,　$\dfrac{c_1}{c_2}=\dfrac{n_2}{n_1}$　② $n_{12}=\dfrac{n_1}{n_2}$,　$\dfrac{c_1}{c_2}=\dfrac{n_1}{n_2}$

③ $n_{12}=\dfrac{n_1}{n_2}$,　$\dfrac{c_1}{c_2}=\dfrac{n_2^{\ 2}}{n_1^{\ 2}}$　④ $n_{12}=\dfrac{n_1}{n_2}$,　$\dfrac{c_1}{c_2}=\dfrac{n_1^{\ 2}}{n_2^{\ 2}}$

⑤ $n_{12}=\dfrac{n_2}{n_1}$,　$\dfrac{c_1}{c_2}=\dfrac{n_2}{n_1}$　⑥ $n_{12}=\dfrac{n_2}{n_1}$,　$\dfrac{c_1}{c_2}=\dfrac{n_1}{n_2}$

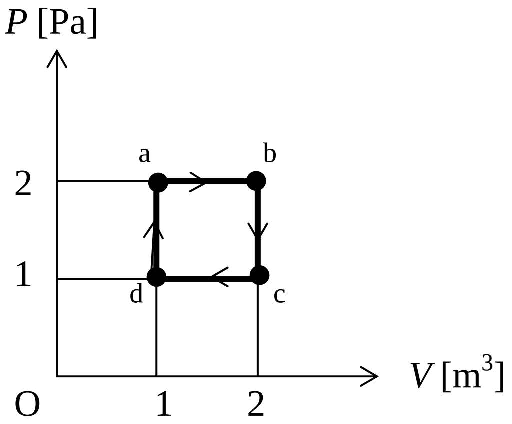
⑦ $n_{12}=\dfrac{n_2}{n_1}$,　$\dfrac{c_1}{c_2}=\dfrac{n_2^{\ 2}}{n_1^{\ 2}}$　⑧ $n_{12}=\dfrac{n_2}{n_1}$.　$\dfrac{c_1}{c_2}=\dfrac{n_1^{\ 2}}{n_2^{\ 2}}$

問８　温度 500[K]の単原子理想気体がある。この気体 1[mol]の内部エネルギー[J]を有効数字１桁で計算し（有効数字２桁目以降切り捨て），その数値を示せ。ただし，単原子分子の質量を 2×10^{-26} [kg]，気体定数を 8 [J/(mol・K)]，アボガドロ数を 6×10^{23} [/mol]とする。

① 1×10^3　② 2×10^3　③ 3×10^3　④ 4×10^3　⑤ 5×10^3　⑥ 6×10^3
⑦ 7×10^3　⑧ 8×10^3　⑨ 9×10^3

問 9　２モルの理想気体が P–V 図上の線で示したように，状態 a→状態 b→状態 c→状態 d→状態 a と変化した。この過程は準静的過程である。この気体が外部にした仕事[J]を有効数字１桁で計算し（有効数字２桁目以降切り捨て），その数値を示せ。ただし，気体定数を８[J/(mol・K)]，アボガドロ数を 6×10^{23} [/mol]とする。

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5　⑥ 6　⑦ 7　⑧ 8　⑨ 9



問 10　温度 500[K]の高温熱源と温度 100[K]の低温熱源を用いて運転されるカルノーサイクルがある。これを１サイクル運転したとき，高温熱源から 10[J]の熱量を吸収した。このとき，このサイクルが外にした仕事[J]を有効数字１桁で計算し（有効数字２桁目以降切り捨て），その数値を示せ。ただし，気体定数を８[J/(mol・K)]，アボガドロ数を 6×10^{23} [/mol]とする。

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5　⑥ 6　⑦ 7　⑧ 8　⑨ 9

問 11　単原子分子理想気体の定圧モル比熱は $\frac{5}{2}R$ である。ここで，R は気体定数である。1[mol]の単原子分子理想気体が圧力一定の条件で暖められ，その温度が T_1 から T_2 まで上昇した。この過程は準静的過程である。この過程における理想気体のエントロピー[J/K]の変化を与える式として，正しいものを選択せよ。

① $\int_{T_1}^{T_2}\frac{5R}{2T}dT$　② $-\int_{T_1}^{T_2}\frac{5R}{2T}dT$　③ $\int_{T_1}^{T_2}\frac{5R}{T}dT$　④ $-\int_{T_1}^{T_2}\frac{5R}{T}dT$

⑤ $\frac{5R}{2}(T_2-T_1)$　⑥ $5R(T_2-T_1)$　⑦ $\frac{5R}{2}\left(\frac{1}{T_1}-\frac{1}{T_2}\right)$　⑧ $5R\left(\frac{1}{T_1}-\frac{1}{T_2}\right)$

問 12　単原子分子理想気体がある。この気体の分子の速さ（速度の大きさ）v の分布はマックスウェル分布に従っており，$\varphi(v)=4\pi n v^2\left(\dfrac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2}e^{-\frac{mv^2}{2kT}}$ で与えられる。ここで，m は分子の質量，k はボルツマン定数, T は温度である。v の平均値 $\bar{v}$ の表式として正しいものを示せ。$\bar{v}=\dfrac{\int_0^\infty v\varphi(v)dv}{\int_0^\infty \varphi(v)dv}$ で求められ, $\int_0^\infty \varphi(v)dv=n$ である。公式 $\int_0^\infty x^3\exp(-\alpha\, x^2)dx=\dfrac{1}{2\alpha^2}$ を利用せよ。

① $\left(\dfrac{8kT}{\pi m}\right)^{-\frac{3}{2}}$　② $\left(\dfrac{8kT}{\pi m}\right)^{-\frac{1}{2}}$　③ $\left(\dfrac{8kT}{\pi m}\right)^{\frac{1}{2}}$　④ $\left(\dfrac{8kT}{\pi m}\right)^{\frac{3}{2}}$

⑤ $\left(\dfrac{kT}{2m}\right)^{-\frac{3}{2}}$　⑥ $\left(\dfrac{kT}{2m}\right)^{-\frac{1}{2}}$　⑦ $\left(\dfrac{kT}{2m}\right)^{\frac{1}{2}}$　⑧ $\left(\dfrac{kT}{2m}\right)^{\frac{3}{2}}$

問 13　電界強度が z 軸からの距離 r[m] に反比例し， $\boldsymbol{E}=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\left(\dfrac{\boldsymbol{r}}{r}\right)$[N/C]　と表される静電界が存在する。ここで，$\boldsymbol{r}$ はｚ軸上の任意の点を始点としｘｙ平面に平行なベクトルである。ただし，ε_0[F/m] は真空の誘電率，λ[C/m] は定数, $\left(\dfrac{\boldsymbol{r}}{r}\right)$ は $\boldsymbol{r}$ 方向を向く単位ベクトル，また $r\neq 0$ とする。　z 軸からの距離 a[m] の位置を基準としたとき，z 軸からの距離 b[m] の位置の静電ポテンシャル（電位）を求めよ。

① $\dfrac{\lambda}{2\pi\,\varepsilon_0 r^2}$　② $-\dfrac{\lambda}{2\pi\,\varepsilon_0 r^2}$　③ $\dfrac{\lambda}{2\pi\,\varepsilon_0 r}$

④ $-\dfrac{\lambda}{2\pi\,\varepsilon_0 r}$　⑤ $\dfrac{\lambda}{2\pi\,\varepsilon_0}\ln\dfrac{b}{a}$　⑥ $\dfrac{\lambda}{2\pi\,\varepsilon_0}\ln\dfrac{a}{b}$

問 14　静電界 $\boldsymbol{E}$[N/C]，静磁界 $\boldsymbol{B}$[T] が存在する真空中を速度 $\boldsymbol{v}$[m/s] で運動する電気量 q の点電荷が存在する。この点電荷に作用するローレンツ力 $\boldsymbol{F}$[N] はどのように表されるか。

① $\boldsymbol{F}=q\boldsymbol{v}\times(\boldsymbol{B}+\boldsymbol{E})$　② $\boldsymbol{F}=q(\boldsymbol{B}+\boldsymbol{E})\times\boldsymbol{v}$　③ $\boldsymbol{F}=q(\boldsymbol{E}+\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B})$

④ $\boldsymbol{F}=q(\boldsymbol{E}+\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{v})$　⑤ $\boldsymbol{F}=q(\boldsymbol{B}+\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{E})$　⑥ $\boldsymbol{F}=q(\boldsymbol{B}+\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{v})$

問 15　真空中に面積 S[m^2]，間隔 d[m]，電気容量 $C=\dfrac{\varepsilon_0 S}{d}$[F] の平行平板コンデンサーがおかれている。この平板間の電界強度が $E(t)=E_0\sin(\omega t)$[N/C] のように時間的に変動するとき，平板間を流れる変位電流 $I(t)$[A] はどのようになるか。

① $I(t)=\dfrac{\varepsilon_0 S}{d}E_0\sin(\omega t)$　② $I(t)=\dfrac{\varepsilon_0 S}{d}E_0\cos(\omega t)$　③ $I(t)=\dfrac{\varepsilon_0 S}{d}E_0\omega\sin(\omega t)$

④ $I(t)=\dfrac{\varepsilon_0 S}{d}E_0\omega\cos(\omega t)$　⑤ $I(t)=\varepsilon_0 SE_0\omega\sin(\omega t)$　⑥ $I(t)=\varepsilon_0 SE_0\omega\cos(\omega t)$

問 16　真空中のマックスウェル方程式（微分形）の正しい表現はどれか。ただし，$\boldsymbol{E}$[N/C] は電界，$\boldsymbol{B}$[T] 磁束密度，ε_0[F/m] は真空の誘電率，μ_0[H/m] は透磁率，ρ[C/m^3] は電荷密度，$\boldsymbol{i}$[A/m^2] は電流密度を表す。

① $div(\varepsilon_0 \boldsymbol{E}) = 0$，$div\boldsymbol{B} = \rho$，$rot\mathbf{E} = -\dfrac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$，$rot\boldsymbol{B} = \varepsilon_0\ \mu_0 \dfrac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} - \mu_0 \boldsymbol{i}$

② $div(\varepsilon_0 \mathbf{E}) = \rho$，$div\mathbf{B} = 0$，$rot\boldsymbol{E} = \dfrac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}$，$rot\boldsymbol{B} = -\varepsilon_0 \dfrac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} + \mu_0 \boldsymbol{i}$

③ $div(\varepsilon_0 \mathbf{E}) = \rho$，$div\mathbf{B} = 0$，$rot\mathbf{E} = -\dfrac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$，$rot\boldsymbol{B} = \varepsilon_0\ \mu_0 \dfrac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} + \mu_0 \boldsymbol{i}$

④ $div(\varepsilon_0 \mathbf{E}) = \rho$，$div\mathbf{B} = 0$，$rot\boldsymbol{E} = \dfrac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}$，$rot\boldsymbol{B} = \varepsilon_0 \dfrac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} - \mu_0 \boldsymbol{i}$

⑤ $div(\varepsilon_0 \boldsymbol{E}) = 0$，$div\boldsymbol{B} = \rho$，$rot\mathbf{E} = -\dfrac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$，$rot\boldsymbol{B} = \varepsilon_0 \dfrac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} - \mu_0 \boldsymbol{i}$

⑥ $div(\varepsilon_0 \mathbf{E}) = \rho$，$div\boldsymbol{B} = 0$，$rot\boldsymbol{E} = \dfrac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}$，$rot\boldsymbol{B} = -\varepsilon_0\ \mu_0 \dfrac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} + \mu_0 \boldsymbol{i}$

問 17　真空中を z 軸方向に伝搬する電界成分 $E_x[\mathrm{N/C}] = E_0 \sin(\dfrac{2\pi}{\lambda} z - 2\pi\,\nu\, t)[\mathrm{N/C}]$，磁界成分 $B_y[\mathrm{T}] = B_0 \sin(\dfrac{2\pi}{\lambda} z - 2\pi\,\nu\, t)[\mathrm{T}]$ の電磁波が存在する。ここで λ[m] は波長，ν[1/s] は周波数，t[s] は時間，E_0[N/C] および B_0[T] は定数である。磁界に対する波動方程式はどのように表せるか。ただし，真空の誘電率は ε_0[F/m]，透磁率は μ_0[H/m] とする。

① $\dfrac{\partial^2 B_y}{\partial x^2} = \varepsilon_0 \mu_0 \dfrac{\partial B_y}{\partial t}$　② $\dfrac{\partial^2 B_y}{\partial y^2} = \varepsilon_0 \mu_0 \dfrac{\partial B_y}{\partial t}$　③ $\dfrac{\partial^2 B_y}{\partial z^2} = \varepsilon_0 \mu_0 \dfrac{\partial B_y}{\partial t}$

④ $\dfrac{\partial^2 B_y}{\partial x^2} = \varepsilon_0 \mu_0 \dfrac{\partial^2 B_y}{\partial t^2}$　⑤ $\dfrac{\partial^2 B_y}{\partial y^2} = \varepsilon_0 \mu_0 \dfrac{\partial^2 B_y}{\partial t^2}$　⑥ $\dfrac{\partial^2 B_y}{\partial z^2} = \varepsilon_0 \mu_0 \dfrac{\partial^2 B_y}{\partial t^2}$

問18　観測者に対して相対速度 v [m/s] で等速直線運動している系の時間の進み方は, 観測者自身の持つ時計の進み方と異なる。観測者の時計が 1 秒進む間に相対速度 v で等速直線運動している系の時計は何秒進むように見えるか。光速を c [m/s] とし，$\beta = v/c$ とする。

① $\dfrac{1}{\sqrt{1-\beta}}$　② $\dfrac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$　③ $\sqrt{1-\beta}$

④ $\sqrt{1-\beta^2}$　⑤ $1-\beta$　⑥ $1-\beta^2$

問 19　静止している電子に波長λ [m]のX線を照射したところ電子は速度v [m/s]で運動し，散乱されたX線の波長はλ' [m]となった。電子の質量をm [kg]，プランク定数をh [Js]，光速をc [m/s]とするときこれらの間に成り立つ関係を求めよ。

①　$\dfrac{hc}{\lambda} = \dfrac{hc}{\lambda'} + mv$　　②　$\dfrac{hc}{\lambda'} = \dfrac{hc}{\lambda} + mv$　　③　$hc\lambda' = hc\lambda + mv$

④　$hc\lambda = hc\lambda' + mv$　　⑤　$\dfrac{hc}{\lambda} = \dfrac{hc}{\lambda'} + \dfrac{1}{2}mv^2$　　⑥　$\dfrac{hc}{\lambda'} = \dfrac{hc}{\lambda} + \dfrac{1}{2}mv^2$

問 20　静止していた電子をV[V]の電圧で加速させ，電子線を生成した。電子の質量をm [kg]，プランク定数をh [Js]，電荷の素量をe [C]とするときこの電子線の波長λ [m]を求めよ。

①　$\lambda = \dfrac{h}{\sqrt{meV}}$　　②　$\lambda = \dfrac{h}{\sqrt{2meV}}$　　③　$\lambda = \dfrac{h}{meV}$

④　$\lambda = \dfrac{h}{2meV}$　　⑤　$\lambda = \dfrac{he}{mV}$　　⑥　$\lambda = \dfrac{he}{2mV}$